

Prof. Dr. Alfred Toth

Die Semiotik als Theorie

1. In ihrem Aufsatz „Ist die Semiotik überhaupt eine Wissenschaft?“ (1991) hat E. Walther die zur Beantwortung dieser Frage wichtige Teilfrage, ob die Semiotik überhaupt eine Theorie darstelle, ausgelassen. Diese Frage lässt sich mindestens mit Hilfe der Modelltheorie (deren Verwendung für die Semiotik Bense 1986, S. 129, explizit angeregt worden war) eindeutig beantworten.

2. **Definition:** Eine Menge S von Ausdrücken heisst ein Theorie gdw $Cn(T) = T$, d.h. wenn der auf T angewendete Hüllenoperator gerade die Menge dieser Ausdrücke erzeugt.

Satz: Ist eine Sprache Λ gegeben, dann gilt für beliebige $\Sigma, \Sigma_1, \Sigma_2$:

(1) $\Sigma \subset Cn_{\Lambda}(\Sigma)$ (Extensivität)

(2) Wenn $\Sigma_1 \subset \Sigma_2$, so $Cn_{\Lambda}(\Sigma_1) \subset Cn_{\Lambda}(\Sigma_2)$ (Monotonie)

(3) $Cn_{\Lambda}(Cn_{\Lambda}(\Sigma)) \subset Cn_{\Lambda}(\Sigma)$ (Abgeschlossenheit von Cn_{Λ})

Wie man leicht zeigen kann (vgl. z.B. Schwabhäuser 1970, Bd. 1, S. 43 f.), ist eine Menge S von Ausdrücken also eine Theorie gdw sie widerspruchsfrei ist, was gleichbedeutend damit ist, dass S ein Modell besitzt.

Noch einfacher kann man eine Theorie modelltheoretisch dadurch definieren, dass man von der Erfüllungsrelation Erf ausgeht (z.B. Ebbinghaus et al. 1996, S. 187):

Definition: $S \subset \Lambda_0^T$ [die Menge aller Sätze der Sprache Λ , A.T.] heisst eine Theorie, wenn S erfüllbar ist und wenn jeder T -Satz, der aus S folgt, bereits zu S gehört.

3. Wie man weiss, besteht die semiotische Sprache Λ aus den monadischen Relationen $S_1 = \{.1., .2., .3.\}$, den dyadischen Relationen $S_2 = \{1.1, 1.2, 1.3, 2.1, 2.2, 2.3, 3.1, 3.2, 3.3\}$ und den triadischen Relationen, wobei die 10 Peirceschen

Zeichenklassen eine Teilmenge der 27 kombinatorisch möglichen triadischen Zeichenrelationen sind. Hieraus schliessen wir aber sofort:

Satz: Die Semiotik ist nur dann eine Theorie, wenn alle $3^3 = 27$ Zeichenrelationen erfüllbar sind.

Beweis: Andernfalls erzeugt der Hüllenoperator C_n neben den 10 Peirceschen Zeichenklassen 17 weitere produziert, die nicht zur Menge der Sätze von S gehören. ■

Skurrilerweise wäre sonst die kleine semiotische Matrix – obwohl sie doch Erzeugendenmatrix aller semiotischen Terme ist, selbst kein Teil der Theorie, denn sie enthält mit der Hauptdiagonalen eine ZR (3.3 2.2 1.1), die nicht Teil der 10 Peirceschen Zeichenklassen ist!

4. Ferner ist, wie man ebenfalls leicht zeigen kann, die Semiotik nur dann eine Theorie, wenn das Null-Zeichen $\emptyset \subset S$ ist. Dies resultiert aus mindestens zwei Tatsachen.

4.1. Zu jeder Menge kann bekanntlich die Potenzmenge gebildet werden. Ferner ist die leere Menge Teilmenge jeder Menge, somit muss sie es auch von S sein:

$$\wp(S) = \{ \emptyset, 1, 2, 3, (1.2), (1.3), (2.3), (1.2.3.) \}$$

4.2. Bekanntlich hat Bense (1979, S. 53) die Peircesche Zeichenrelation als verschachtelte Relation aus einer monadischen, einer dyadischen und einer triadischen Relation eingeführt, so zwar, dass die monadische in der dyadischen und beide in der triadischen Relation inkludiert sind:

$$ZR = (M, ((M \rightarrow O), (M \rightarrow O \rightarrow I)))$$

Dieser Ausdruck ist aber dem folgenden mengentheoretischen äquivalent:

$$ZR = ZR = \{ \{M\}, \{ \{M, O\}, \{M, O, I\} \} \}.$$

Danach enthält sich aber das Zeichen qua $\{M, O, I\}$ selbst, woraus folgt, dass in einer Mengenlehre, die eine dergestalt definierte ZR definieren kann, das

Fundierungsaxiom von Zermelo-Fraenkel ausgeschlossen ist. In einer solchen Mengenlehre gilt daher, dass die Vereinigung einer Menge mit ihrem Element gleich der leeren Menge ist, also

$$M \cup \{M\} = O \cup \{O\} = I \cup \{I\} = \{M, O\} \cup \{\{M, O\}\} = \{O, I\} \cup \{\{O, I\}\} =$$

$$\{M, I\} \cup \{\{M, I\}\} = \{M, O, I\} \cup \{\{M, O, I\}\} = \emptyset.$$

Die Definition von ZR als verschachtelte „Relation über Relationen“ verlangt also automatisch ebenfalls $\emptyset \subset S$.

Erfüllt man also die Bedingungen 4.1. und 4.2. (die in der Stuttgarter Schule i.e.S. leider nicht einmal je erwähnt wurden), dann gilt: Die Semiotik ist eine Theorie im Sinne der Modelltheorie.

Bibliographie

Bense, Max, Repräsentation und Fundierung der Realitäten. Baden-Baden 1986

Ebbinghaus, Heinz-Dieter et al., Einführung in die mathematische Logik. 4. Aufl. Heidelberg 1996

Schwabhäuser, Wolfram, Modelltheorie I. Mannheim 1970

Walther, Elisabeth, Ist die Semiotik überhaupt eine Wissenschaft? In: Semiosis 61/62, 1991, S. 5-13

7.7.2010